

Основы спектрального анализа

Кристоф Раушер, Фолкер Йанссен, Роланд Минихолд

(Перевод с англ. проф. Смольского С.М. под редакцией проф. Гребенко Ю.А.)

Глава 2 Сигнал



ROHDE & SCHWARZ

СОДЕРЖАНИЕ

2. СИГНАЛ.	4
2.1. Сигналы, действующие во временной области	4
2.2. Соотношения между временной и частотной областями	4
Периодические сигналы	5
Непериодические сигналы	9

2. СИГНАЛ

2.1. Сигналы, действующие во временной области

Во временной области зависимость уровня электрических сигналов в функции от времени обычно наблюдают с помощью осциллографа. Для понятного представления сигналов различной формы целесообразно использовать векторные проекции (диаграммы). Соответствие между этими двумя способами представления сигналов отражено на рис. 2.1 на примере простого синусоидального сигнала.

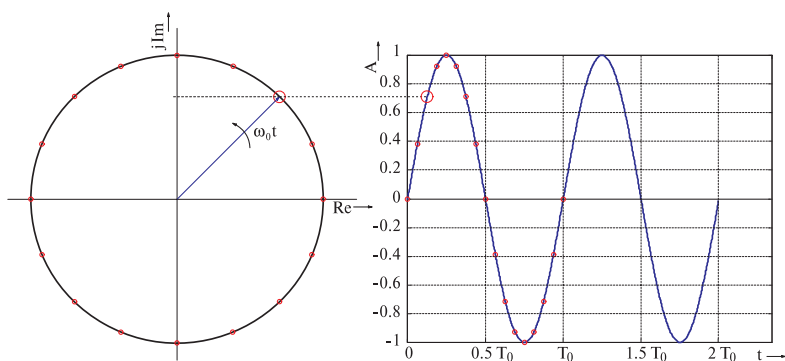


Рис. 2.1. Синусоидальный сигнал, полученный с помощью проекции комплексного вращающегося вектора на мнимую ось

Уровень сигнала в функции от времени соответствует проекции вектора на мнимую ось комплексной плоскости. Угловая частота вектора находится как

$$\omega_0 = 2\pi f_0, \quad (2.1)$$

где ω_0 – угловая частота, рад/с; f_0 – частота сигнала, Гц.

Синусоидальный сигнал $x(t) = A \sin(2\pi f_0 t)$ можно записать в виде: $x(t) = A \operatorname{Im}[e^{j2\pi f_0 t}]$.

2.2. Соотношения между временной и частотной областями

Электрические сигналы можно анализировать во временной области с помощью осциллографов и в частотной области с помощью анализаторов спектра (рис. 2.2).

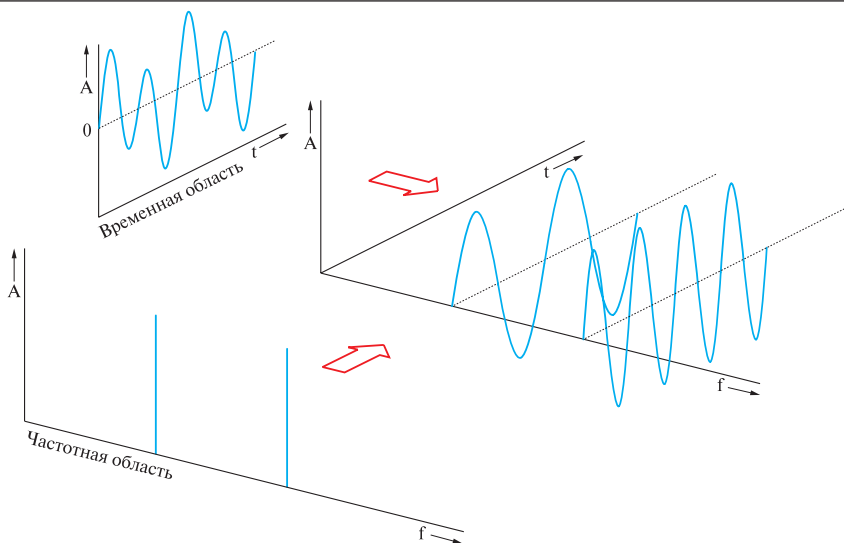


Рис. 2.2. Сигналы, наблюдаемые во временной и частотной областях

Два режима наблюдения (анализа) связаны друг с другом преобразованием Фурье (обозначаемым обычно буквой F), поэтому каждый сигнал, изменяющийся во времени, имеет характерный частотный спектр. В этом случае имеют место следующие соотношения:

$$X_f(f) = F[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{j2\pi ft} dt \quad (2.2)$$

и

$$x(t) = F^{-1}\{X_f(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{X}_f(f) \cdot e^{j2\pi ft} df, \quad (2.3)$$

где $F\{x(t)\}$ – преобразование Фурье от сигнала $x(t)$; $F^{-1}\{\underline{X}(f)\}$ – обратное преобразование Фурье от $\underline{X}(f)$; $x(f)$ сигнал во временной области, $\underline{X}_f(f)$ – комплексный сигнал в частотной области.

Для иллюстрации этих соотношений сначала мы будем рассматривать только периодические во временной области сигналы.

Периодические сигналы

В соответствии с теоремой Фурье, любой сигнал, являющийся периодическим во временной области, можно представить суммой синус-

ных и косинусных сигналов различной частоты и амплитуды. Такая сумма называется рядом Фурье. Имеет место следующее соотношение:

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(n\omega_0 t). \quad (2.4)$$

Коэффициенты Фурье A_0 , A_n и B_n зависят от временной формы сигнала $x(t)$ и могут быть рассчитаны по формулам:

$$A_0 = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) dt, \quad (2.5)$$

$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt, \quad (2.6)$$

$$B_n = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt, \quad (2.7)$$

где $\frac{A_0}{2}$ – постоянный член; $x(t)$ – сигнал во временной области; n – номер гармоники колебания; T_0 – период; ω_0 – угловая частота.

На рис. 2.3, б показан прямоугольный сигнал, аппроксимированный рядом Фурье. Отдельные компоненты показаны на рис. 2.3, а. Чем больше число учитываемых компонент ряда, тем ближе сигнал к идеальной прямоугольной форме.

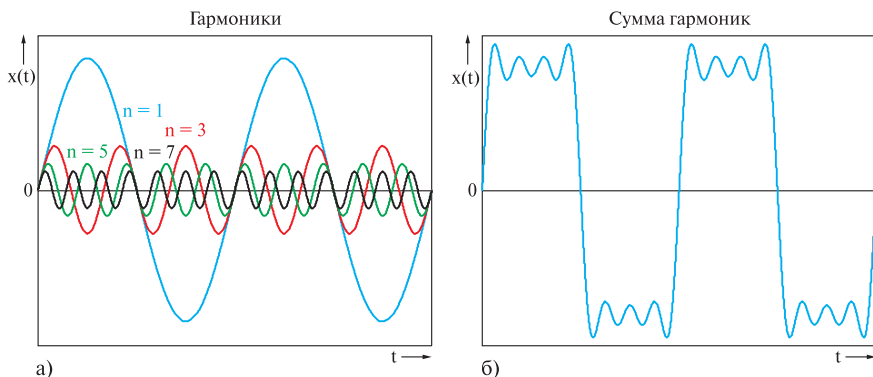


Рис. 2.3. Аппроксимация прямоугольного сигнала суммой нескольких синусоидальных колебаний

В случае синусоидальных или косинусоидальных сигналов для уравнения (2.2) может быть найдено решение в замкнутой форме, так что можно получить следующие соотношения для изображения комплексного спектра:

$$F\{\sin(2\pi f_0 t)\} = \frac{1}{f} \delta(f - f_0) = -j\delta(f - f_0) \quad (2.8)$$

и

$$F\{\cos(2\pi f_0 t)\} = \delta(f - f_0), \quad (2.9)$$

где $\delta(f - f_0)$ – функция Дирака: $\delta(f - f_0) = 1$ при $f - f_0 = 0$ или $f = f_0$; $\delta(f - f_0) = 0$ в других случаях.

Можно увидеть, что частотный спектр как для синусоидального, так и для косинусоидального сигналов состоит из одиночного импульса Дирака в точке f_0 (см. рис. 2.5, а). Фурье-преобразования синусоидального и косинусоидального сигналов идентичны по величине, так что эти два сигнала имеют одинаковые по величине модули спектра на одной и той же частоте f_0 .

Для расчета частотного спектра периодического сигнала, временные характеристики которого описываются рядом Фурье в соответствии с выражением (2.4), следует преобразовать по Фурье каждую компоненту ряда. Каждое такое преобразование приведет к импульсу Дирака, который представляет собой дискретную компоненту в частотной области. Поэтому периодические сигналы всегда представляются спектрами с дискретными компонентами, которые часто называются линейчатыми спектрами. Соответственно, спектр,

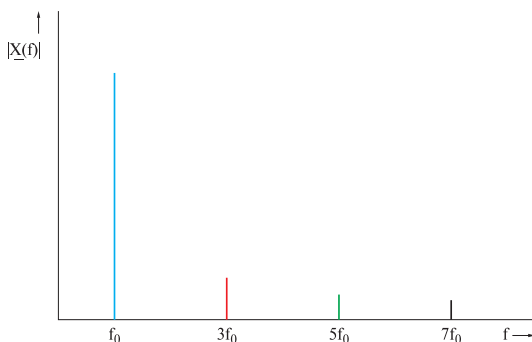


Рис. 2.4. Модуль спектра сигнала, аппроксимирующего прямоугольный импульс (см. рис. 2.3)

показанный на рис. 2.4, получен для аппроксимированного прямоугольного сигнала рис. 2.3.

На рис. 2.5 показаны некоторые дополнительные примеры представления периодических сигналов во временной и частотной областях.

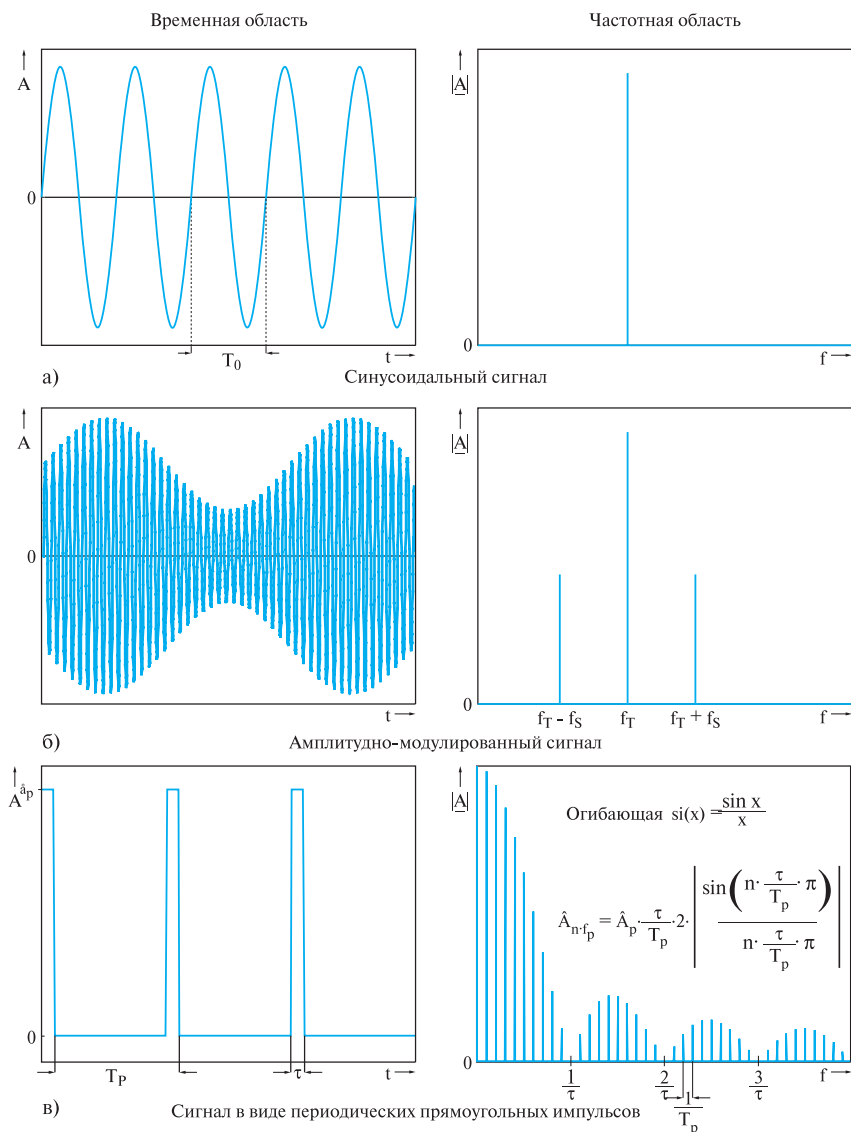


Рис. 2.5. Периодические сигналы во временной и частотной областях (модуль спектра)

Непериодические сигналы

Сигналы с непериодическим поведением во временной области нельзя представить рядом Фурье. Поэтому частотный спектр таких сигналов не может быть составлен из дискретных спектральных компонент. Непериодические сигналы представляются непрерывным частотным спектром с частотно-зависимой спектральной плотностью. Спектры таких сигналов вычисляются с помощью преобразования Фурье по выражению (2.2).

Подобно синусоидальному и косинусоидальному сигналам, решение уравнения (2.2) может быть найдено в замкнутой форме для очень многих сигналов. Таблицы, в которых указаны такие пары Фурье преобразований, приведены в [2.1].

Для сигналов со случайными характеристиками во временной области, например, для шума или случайной последовательности битов, решение в замкнутой форме редко может быть найдено. В этом случае частотный спектр легче всего определить численным решением уравнения (2.2).

На рис. 2.6 показаны некоторые непериодические сигналы во временной и частотной областях.

В зависимости от характера проводящихся измерений, полезными могут оказаться наблюдения или во временной, или в частотной областях. Например, измерения подергиваний в линиях передачи цифровых данных требуют использования осциллографа. Для определения гармонического состава более полезным оказывается наблюдение за сигналом в частотной области.

Сигнал, показанный на рис. 2.7, кажется чисто синусоидальным сигналом с частотой 20 МГц. Базируясь на изложенных выше сведениях, мы могли бы ожидать, что частотный спектр его состоит из единственной компоненты с частотой 20 МГц.

Однако при наблюдении за этим сигналом в частотной области с помощью анализатора спектра, становится очевидным, что фундаментальной гармонике (гармонике 1-го порядка или основной гармонике) сопутствуют несколько гармоник высших порядков (рис. 2.8). Эта информация обычно не может быть выявлена при наблюдении сигнала во временной области. На практике количественные методы выявления гармоник высшего порядка снимают определенные проблемы. В частности, кратковременную стабильность частоты или амплитуды.

литуды синусоидального сигнала намного легче наблюдать в частотной области, чем во временной (см. также разд. 6.1 «Измерение фазовых шумов»).

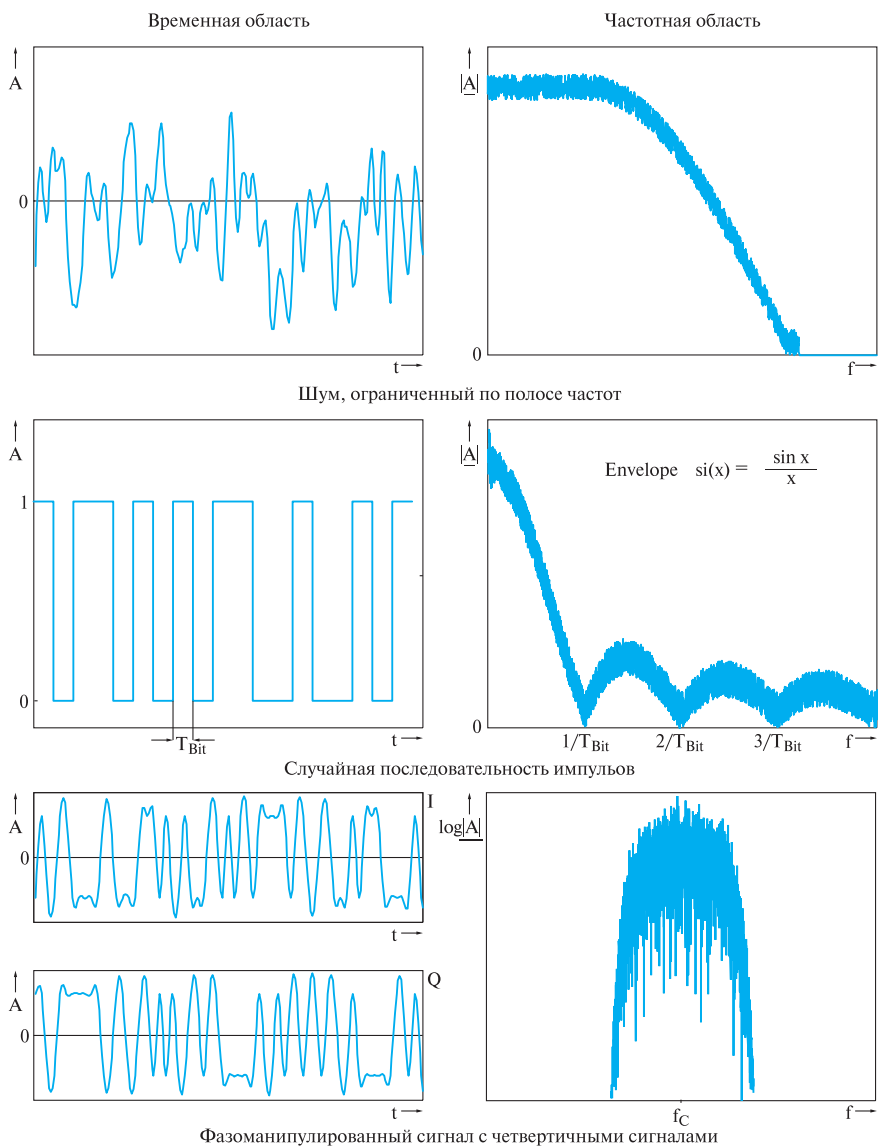


Рис. 2.6. Непериодические сигналы во временной и частотной областях

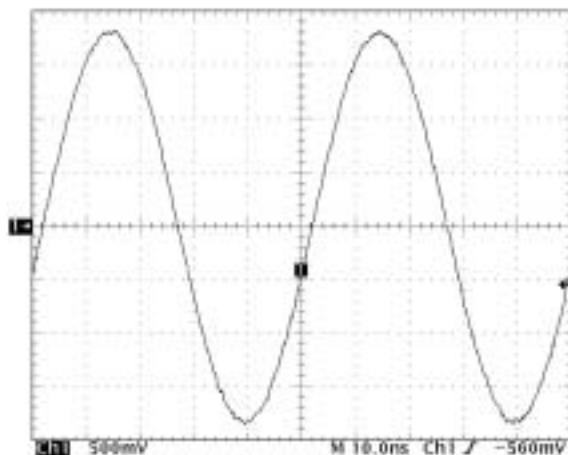


Рис. 2.7. Синусоидальный сигнал ($f = 20$ МГц), наблюдаемый на осциллографе

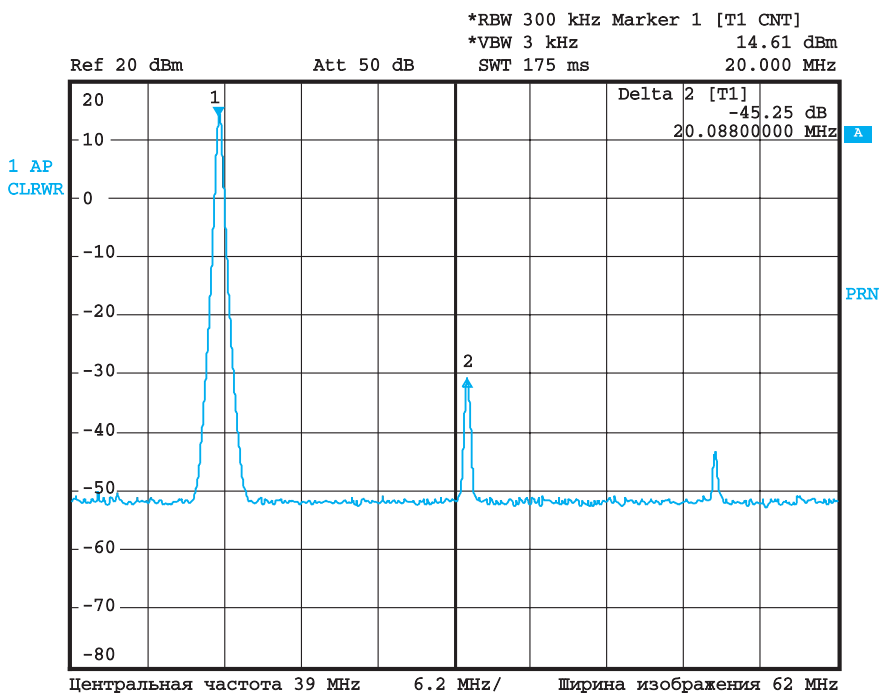


Рис. 2.8. Синусоидальный сигнал рис. 2.7, наблюдаемый в частотной области с помощью анализатора спектра

Основы спектрального анализа

Кристоф Раушер, Фолкер Йанссен,
Роланд Минихолд

(Перевод с англ. проф. Смольского С.М.
под редакцией проф. Гребенко Ю.А.)

Изложены основы теории и практики анализа спектров сигналов, применяемых в радиоэлектронике и связи. Материал подготовлен на основе многолетнего опыта фирмы «Роде и Шварц», специализирующейся в области современной измерительной техники и, в частности, в области разработки и производства спектроанализаторов. Кратко изложены вводные сведения, главные характеристики анализаторов, а на примере одной из последних моделей подробно рассматривается блок-схема прибора, тонкости работы с ним и особенности определения главных параметров сигнала.

Книга предназначена для специалистов в области радиоэлектроники и связи, студентов старших курсов, аспирантов и для всех, кто готовится к работе с современной измерительной техникой.

Для получения экземпляра книги обратиться
в Представительство RÖHDE & SCHWARZ В РОССИИ

г. Москва

117335, Нахимовский проспект, 58

Тел.: +7(495) 981 35 60

Факс: +7 (495) 981 35 65

e-mail: sales.russia@rohde-schwarz.com

г. Санкт-Петербург

197101, ул. Дивенская, д. 1, офисы 606 и 604

тел.: +7 (812) 448 65 08

e-mail: sales.petersburg@rohde-schwarz.com

г. Новосибирск

630132, ул. Красноярская, д. 35, офис 1603

тел.: +7 (383) 230 39 91

e-mail: sales.novosibirsk@rohde-schwarz.com

г. Красноярск

660135, ул. Весны За, БЦ «Весна», офис 410

тел.: +7 (391) 276 16 53

e-mail: sales.novosibirsk@rohde-schwarz.com

г. Нижний Новгород

603000, ул. Максима Горького, д. 117, офис 509

тел.: +7 (831) 233 03 00

тел.: +7 (831) 233 03 01

e-mail: sales.nnovgorod@rohde-schwarz.com

Филиал г. Ростов-на-Дону

344018, г. Ростов-на-Дону,

ул. Текучева, д. 139/94,

Clover House, офис 434

тел.: +7 (863) 206-57-10

e-mail: sales.rostov@rohde-schwarz.com

г. Екатеринбург

620142, ул. 8 марта, д. 51, офис 702

тел.: +7 (343) 311 00 72

e-mail: sales.ekaterinburg@rohde-schwarz.com

г. Казань

420034, ул. Декабристов, д. 85б, офис 712

тел.: +7 (843) 567 27 51

e-mail: sales.kazan@rohde-schwarz.com

г. Воронеж

394030, ул. Комиссаржевской, д. 10, офис 1213

тел.: +7 (473) 206 55 78

e-mail: sales.voronezh@rohde-schwarz.com

www.rohde-schwarz.com/ru